



Cálculo I
Integral: visão intuitiva
prof. T. Praciano-Pereira

Lista número 01, 16 de agosto de 2010
tarcisio.praciano@gmail.com
Dep. de Computação UeVA

alun@:

www.calculo.sobralmatematica.org

Documento produzido com L^AT_EX sis. op. Debian/Gnu/Linux

Data da entrega da lista: dia 23 de Agosto, segunda-feira.

0.0.1 Objetivo

Esta lista está baseada no texto que se encontra na página, leia a informação sobre a lista. O objetivo é passar-lhe uma visão geométrica da integral e do seu cálculo aproximado. É recomendado que você leia sobre integral - introdução, em qualquer livro de Cálculo que você possa encontrar na biblioteca, mas procure complementar a visão do texto que se encontra na página.

Palavras chave distância, domínio de integração, integral, interpretação geométrica da integral, soma de Riemann, quantidade de um fenômeno, velocidade.

0.1 Exercícios

1. Interpretação geométrica da integral

(a) (V)[] (F)[] Na figura (1) página 2,

o gráfico (A) representa a integral $\int_0^2 x dx$.

(b) (V)[] (F)[] Na figura (1) página 2, o gráfico (A) representa a integral

$\int_{-2}^2 (x+1) dx$ e o valor desta integral é 10.

(c) (V)[] (F)[] Na figura (1) página 2, o gráfico (A) representa a integral

$\int_{-2}^2 (x+1) dx$ e o valor desta integral é 8.

(d) (V)[] (F)[] Na figura (1) página 2, o gráfico (B) representa a integral

$\int_{-2}^2 (2x+2) dx$ e o valor desta integral é 8.

(e) (V)[] (F)[] Na figura (1) página 2, o gráfico (B) representa a integral

$\int_{-1}^2 (2x+2) dx$ e o valor desta integral é 9.

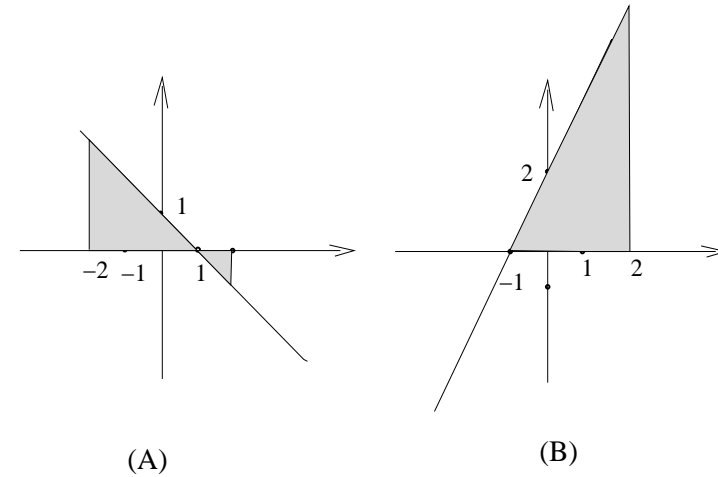


Figura 1: funções e integral

2. Significado geométrico da integral Represente geométricamente as integrais para acompanhar o cálculo.

(a) (V)[] (F)[] Se $f(x) = x + 4$ A integral $\int_{-4}^{10} f$ corresponde à área de um triângulo cuja base mede 14, a altura mede 14 portanto $\int_{-4}^{10} f = 50$

(b) (V)[] (F)[] Se $f(x) = x + 4$ A integral $\int_{-4}^{10} f$ corresponde à área de um triângulo cuja base mede 14, a altura mede 14 portanto $\int_{-4}^{10} f = 98$

(c) (V)[] (F)[] Se $g(x) = -x$ então $\int_{-10}^0 g$ é um número positivo e vale 50.

(d) (V)[] (F)[] Se $g(x) = -x$ então $\int_{-10}^{10} g = 0$.

(e) (V)[] (F)[] Se $g(x) = -x$ então $\int_{-10}^{10} g = \int_{-10}^{10} g$ mas este é um caso particular, em geral $\int_a^b f = -\int_b^a f$

3. Propriedades da integral Represente geométricamente as integrais para acompanhar o cálculo.

(a) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = (x+5)(x-3)$ então $\int_{-5}^3 f = 0$

(b) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = (x+5)(x-3)$ então $\int_{-5}^3 f < 0$

(c) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = (x+5)(x-3)$ então $\int_{-5}^3 f > 0$

(d) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = (x+5)(x-3)$ então $\int_3^5 f > 0$

(e) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = (x+5)(x-3)$ então $\int_{-5}^{-7} f > 0$

4. O cálculo de algumas integrais Represente geométricamente as integrais para acompanhar o cálculo.

(a) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = x$ então $\int_{-3}^5 f = \frac{f(-3)+f(5)}{2}(5-(-3)) > 0$

(b) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = x$ então $\int_{-3}^{-5} f = \frac{f(-3)+f(5)}{2}(-3-5) < 0$

(c) $(V)[\](F)[\]$ Se $g(x) = -x$ então $\int_{-3}^5 g = \frac{g(-3)+g(5)}{2}(5-(-3)) > 0$

(d) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = x$ então $\int_a^b f = \frac{f(b)+f(a)}{2}(b-a) > 0$

(e) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = x$ então $\int_a^b f = \frac{f(b)+f(a)}{2}(b-a)$ mas o sinal depende dos valores de a e de b .

5. O cálculo de algumas integrais Represente geométricamente as integrais para acompanhar o cálculo.

(a) $(V)[\](F)[\]$ $\int_0^{10} -x = -50$

(b) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = x$ então $\int_0^a f = F(a) = \frac{a^2}{2}$

(c) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = x+3$ então $\int_0^a f = \int_0^a x + \int_0^a 3$ é uma soma das áreas de um triângulo mais a área de um trapézio.

(d) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = x+3$ então $\int_{-3}^5 f = \frac{f(-3)+f(5)}{2}(5-(-3))$ é dada pela fórmula da área de trapézios.

(e) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = x+3$ então $\int_a^b f = \frac{f(b)+f(a)}{2}(b-a)$ é dada pela fórmula da área de trapézios.

6. Cálculo da integral

(a) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = mx$ então $\int_0^a f = \frac{f(a)+f(0)}{2}a = m\frac{a^2}{2}$

(b) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = 3x$ então

$$\int_{-3}^3 f = \int_{-3}^0 f + \int_0^3 f = \frac{f(3)+f(-3)}{2}(3-(-3)) = 0$$

(c) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = 3$ então $\int_0^a f = f(a)a$

(d) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = 3$ então $\int_a^b f = f(a)(b-a) = f(b)(b-a)$

(e) $(V)[\](F)[\]$ Se $f(x) = m$ então $\int_0^t f = mt$

7. Aplicação da integral. Velocidade e distância

(a) $(V)[\](F)[\]$ Se a velocidade de um corpo for constante igual a m então a distância percorrida entre os instantes t_0 e t_1 será $\int_{t_0}^{t_1} m = m(t_1 - t_0)$

(b) $(V)[\](F)[\]$ A distância mede a quantidade de velocidade entre dois instante dados: $s = \int_{t_0}^{t_1} v = m(t_1 - t_0)$ se a velocidade for constante igual a m .

(c) $(V)[\](F)[\]$ Se o movimento for *uniformemente acelerado*¹ então a equação da velocidade é $v(t) = mt + v_0$ e a distância percorrida entre dois instantes t_0 e t_1 será

$$\int_{t_0}^{t_1} v(t)dt = \frac{v(t_0) + v(t_1)}{2}(t_1 - t_0) = m\frac{t_0 + t_1}{2}(t_1 - t_0) + v_0(t_1 - t_0) \quad (1)$$

é a soma das áreas de um paralelogramo com um retângulo (triângulos são paralelogramos).

¹O movimento se diz uniformemente acelerado quando a aceleração é constante, o movimento da Terra em volta do Sol não é uniformemente acelerado porque em alguns momentos a Terra se encontra mais próxima do Sol.

- (d) $(V)[](F)[]$ No caso de um corpo que cai em queda livre (sem considerar a resistência do ar) considerando $t_0 = 0$ a distância percorrida até o instante t será

$$\int_0^t g dt = \frac{1}{2}gt^2$$

- (e) $(V)[](F)[]$ Se houver uma velocidade inicial, no caso do corpo em queda livre, então a velocidade será $v(t) = v_0 + gt$ e a distância percorrida será

$$s = \int_0^t v(t) dt = \int_0^t v_0 + gt = \int_0^t v_0 + \int_0^t gt \quad (2)$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \quad (3)$$

8. Representação geométrica da integral Considere os gráficos na figura (2) página 6,

- (a) $(V)[](F)[]$ O gráfico (a) representa a integral de uma parábola, $\int_a^b f(t) dt$ e é formado de duas áreas algébricas positivas e uma área algébrica negativa.

- (b) $(V)[](F)[]$ O gráfico (a) representa a integral de uma parábola, $\int_a^b f(t) dt$, e é formado de duas áreas algébricas negativas e uma área algébrica positiva, devido a inversão no sentido do cálculo da integral.

- (c) $(V)[](F)[]$ A integral $\int_a^b f$ no gráfico (d) representa uma área positiva e a integral $\int_b^a f$ representa uma área negativa.

- (d) $(V)[](F)[]$ A integral $\int_a^b f$ no gráfico (c) é a soma duas área algébricas negativas e uma área algébrica positiva.

- (e) $(V)[](F)[]$ No gráfico (b), se $\frac{a+b}{2} = 0$ o gráfico representa uma área nula.

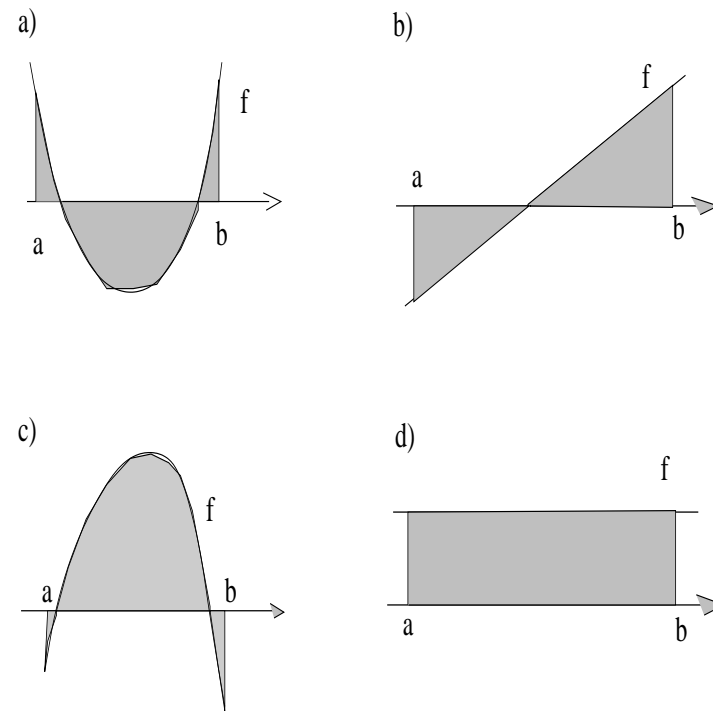


Figura 2: gráficos de integral