**Cálculo I** — **Lista número 03**, 29 de agosto de 2010
**Limite** — **tarcisio.praciano@gmail.com**
prof. T. Praciano-Pereira — **Dep. de Computação** UeVA

# alun@:

**www.calculo.sobralmatematica.org**
Documento produzido com LaTeX — sis. op. Debian/Gnu/Linux

Data da entrega da lista: dia 06 de Setembro , segunda-feira.

### 0.0.1 Objetivo

Sucessão, limite, limite de funções

**Palavras chave** comportamento assintótico, limite, número, sucessão, Teorema Fundamental do Cálculo Integral (caso polinomial)

### 0.0.2 Avaliação do trabalho

Leia na página da disciplina a este respeito.

Acrescente estas perguntas como última questão do trabalho, ela não será avaliada, mas será usada na correção do planejamento.

- Você encontrou alguma coisa interessante nos trabalhos ? indique o que.
- Do ponto de vista de "objetividade", você tem alguma crítica quanto à estrutura dos trabalhos ? especifique.
- Quando eu elaborar a correção, quais são os itens que você gostaria que eu discutisse de forma mais cuidadosa, dentre as questões dos trabalhos.
- Na sua opinião, você está levando à sério os seus estudos, *se envolvendo* ?

Seja sincer@ e honest@, analise também a forma como você está se havendo, e não tenha dúvidas quanto a criticar o meu trabalho. Observe também que ao fazer esta pequena redação você estará se obrigando a refletir sobre a disciplina o vai conduzí-l@ a um melhor aprendizado.

Sucessões são funções definidas no conjunto dos números naturais.

$\boxed{\textit{Notação}}$ **1 (sucessão)** *Sucessão*

*Se $s$ designar uma sucessão, em vez de indicar o seu valor no ponto $\underline{n}$ como $s(n)$, usamos a notação $s_n$ e fazemos referência a uma sucessão escrevendo*

$$s = (s_n)_{n\in\mathbf{N}}$$

*mas as vezes, por comodidade, escrevemos apenas*

$$s = (s_n)$$

*omitindo a indicação ao* conjunto de índices *que em geral sempre é o conjunto dos números naturais.*



## 0.1 Exercícios

1. <u>limite zero</u> Sucessões que convergem para zero.
   (a) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A sucessão $(\frac{n+1}{n})$ tem limite zero.
   (b) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A sucessão $(\frac{n+1}{n^2})$ tem limite zero.
   (c) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A sucessão $(\frac{n^2+1}{n^2})$ tem limite zero.
   (d) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A sucessão $(\frac{n^2+1}{n^3})$ tem limite zero.
   (e) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A sucessão $(\frac{n^2+3n+10}{n^3})$ tem limite zero.

2. <u>Sucessão limitada ou ilimitada</u>
   (a) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A sucessão $(n)_{n\in\mathbf{N}}$ é uma sucessão limitada.
   (b) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A sucessão $(\frac{n}{n+1})_{n\in\mathbf{N}}$ é uma sucessão limitada.
   (c) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A sucessão $(n)_{n\in\mathbf{N}}$ é uma sucessão ilimitada.
   (d) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A sucessão $(\frac{n}{n+1})_{n\in\mathbf{N}}$ tem limite zero.
   (e) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A sucessão $(\frac{1}{n+1})_{n\in\mathbf{N}}$ tem limite zero.

3. <u>Sucessão limitada, ilimitada ou com limite zero</u>
   (a) <u>(V)[ ](F)[ ] - sucessão ilimitada</u> A sucessão $(s_n = n)_{n\in\mathbf{N}}$ satisfaz à sentença "*para todo número real* $L > 0$, *existe um índice* $n_0$ *tal que, se* $n > n_0$ *então* $s_n > L$ " quer dizer que não pode haver uma cota superior para a sucessão dos números naturais.
   (b) <u>(V)[ ](F)[ ] - sucessão limitada</u> A sucessão " $t$ = *distância máxima percorrida por um pêndulo em cada minuto* $n$" tem duas cotas, uma superior e outra inferior. Então para $t$ vale "*existe um número real* $L > 0$, *existe um índice* $n_0$ *tal que, se* $n > n_0$ *então* $|s_n| < L$ " associando $(n_0, L)$.
   (c) <u>(V)[ ](F)[ ] - sucessão que converge para zero</u> A sucessão $(s_n = \frac{1}{n+1})_{n\in\mathbf{N}}$ satisfaz à sentença "*qualquer que seja o número positivo* $\epsilon$, *existe um índice* $n_0$ *tal que, se* $n > n_0$ *então* $|s_n| < \epsilon$ " associando $(n_0, \epsilon)$.
   (d) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> Uma sucessão que convirja para zero (tenha limite zero) é uma sucessão limitada.
   (e) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> Uma sucessão limitada converje para zero (tem limite zero).

4. <u>Somas de sucessões - somas de limites</u>
   (a) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A sucessão $(s_n = \frac{n}{n+1})_{n\in\mathbf{N}}$ é a soma das sucessões, $t_n = 1$ e $t_n = \frac{1}{n}$.
   (b) <u>(V)[ ](F)[ ]</u> A sucessão $(s_n = \frac{1}{n^3})_{n\in\mathbf{N}}$ é o produto das sucessões, $t_n = \frac{1}{n}$ e $t_n = \frac{1}{n^2}$.

(c) (V)[ ](F)[ ] A sucessão $(s_n = \frac{n}{n+1})_{n\in\mathbf{N}}$ tem limite 1 porque é a soma de uma sucessão constante, 1, uma sucessão que converge para zero.

(d) (V)[ ](F)[ ] A sucessão $(s_n = \frac{3n}{n+1})_{n\in\mathbf{N}}$ tem limite 4.

(e) (V)[ ](F)[ ] A sucessão $(s_n = \frac{3n}{n+1})_{n\in\mathbf{N}}$ tem limite 3.

5. Função e limite A função $f(x) = x^2$ será usada nos itens desta questão.

(a) (V)[ ](F)[ ] Se $(s_n = \frac{n}{n+1})_{n\in\mathbf{N}}$ então $\lim\limits_n f(s_n) = 3$.

(b) (V)[ ](F)[ ] Se $(s_n = \frac{n}{n+1})_{n\in\mathbf{N}}$ então $\lim\limits_n f(s_n) = 1$, que é o quadrado do limite da sucessão $(s_n = \frac{n}{n+1})_{n\in\mathbf{N}}$.

(c) (V)[ ](F)[ ] $(s_n = \frac{2n+3}{n+1})_{n\in\mathbf{N}};\ \lim\limits_n s_n = 3$

(d) (V)[ ](F)[ ] $(s_n = \frac{2n+3}{n+1})_{n\in\mathbf{N}};\ \lim\limits_n s_n = 2$

(e) (V)[ ](F)[ ] $(s_n = \frac{5n-3}{n+1})_{n\in\mathbf{N}};\ \lim\limits_n s_n = -3$

6. limite

(a) (V)[ ](F)[ ] $\lim\limits_n \frac{n^2+3n+5}{n^2} = 1$

(b) (V)[ ](F)[ ] $\lim\limits_n \frac{n^2+3n+5}{n^3} = 0$

(c) (V)[ ](F)[ ] $\lim\limits_n \frac{n^3+30n+50}{n^3} = 1$

(d) (V)[ ](F)[ ] $\lim\limits_n \frac{50n^3+30n+50}{n^4} = 0$

(e) (V)[ ](F)[ ] $\lim\limits_n \frac{50n^4+30n+50}{n^4} = 50$

7. Fuhção e limite A função $f(x) = x^2$ é usada nos itens desta questão.

(a) (V)[ ](F)[ ] $s_n = \frac{n^2+3n+5}{n^2}$ então $\lim\limits_n f(s_n) = 1$

(b) (V)[ ](F)[ ] $s_n = \frac{3n^2+3n+5}{n^2}$ então $\lim\limits_n f(s_n) = 3$

(c) (V)[ ](F)[ ] $s_n = \frac{3n^2+3n+5}{n^2}$ então $\lim\limits_n f(s_n) = 9$

(d) (V)[ ](F)[ ] $s_n = \frac{n^2+3n+5}{2n^2}$ então $\lim\limits_n f(s_n) = \frac{1}{4}$

(e) (V)[ ](F)[ ] $s_n = \frac{3n^2+3n+5}{2n^2}$ então $\lim\limits_n f(s_n) = \frac{9}{4}$

8. Teorema Fundamental do Cálculo Integral

(a) (V)[ ](F)[ ] $\int\limits_0^x 3t^2 + 5tdt = t^3 + t^2 + C$

(b) (V)[ ](F)[ ] $\int\limits_0^x 3t^2 + 5tdt = t^3 + \frac{5}{2}t^2$



(c) (V)[ ](F)[ ] Uma primitiva da função $f(t) = 3t^2 + 5t$ é a função $t^3 + \frac{5}{2}t^2 + 10$

(d) (V)[ ](F)[ ] $\int\limits_0^a 5x^4dx = x^5$

(e) (V)[ ](F)[ ] $\int\limits_{-3}^3 x^5dx = 0$